

421 ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ Α
ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΗΤΡΩΩΝ ΠΕΡΙΤΤΟΙ-ΜΟΝΟΙ
10-06-2015

- 1) α) Δείξτε ότι αν ο $2^k + 1$ είναι πρώτος, τότε ο k είναι δύναμη του 2. (0.5)
β) Να δείξετε ότι αν ο $2^n p$ είναι άρτιος τέλειος με p πρώτο, τότε ο p είναι πρώτος του Mersenne. (1)
γ) Να βρεθεί ο φυσικός a με $(a, 12) = 2$ και $[a, 12] = 60$. (0.5)
- 2) α) Να εκφράσετε την αρχή της ισχυρής μαθηματικής επαγωγής. (0.5)
β) Να εκφράσετε την αρχή της καλής διάταξης. (0.5)
γ) Αν $k \in \mathbb{N}^*$ και $\sqrt{k} \notin \mathbb{N}^*$, τότε $\sqrt{k} \notin \mathbb{Q}^*$. (1)
- 3) Να βρεθούν οι φυσικοί n ώστε $\phi(n) = 8$. (1)
- 4) α) Να βρεθεί μια πρωταρχική ρίζα στο mod 11. (0.5)
β) Να υπολογισθεί η $ord_{11} 7$. (0.5)
γ) Να υπολογισθεί το $2^{372} \bmod 37$. (0.5)
- 5) Να βρεθούν ακέραιες λύσεις της $2x + 3y + 4z = 1$. (1.5)
- 6) Να λυθεί το σύστημα

$$2x \equiv 1 \pmod{3}$$

$$3x \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x \equiv 3 \pmod{4}$$

- (1)
7) Να λυθούν, αν λύνονται, οι εξισώσεις $x^2 \equiv 3 \pmod{11}$ και $x^2 \equiv 47 \pmod{121}$. (2)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ